数理解析研究所講究録
97巻 1970年 112-118

層流から乱流への遷移過程における randomizationについて

東大 宇宙航空研　　佐 藤 浩

層流から乱流への遷移の過程を3つの領域に分けて考えるのが便利である。層流には時間的変動を含まないが，そこに入りこんできた攪乱はまず第1の領域──線型領域では，波長なり，周波数なりに応じて成長したり減衰したりする。その有様は線型安定理論の結果とよく合う。減衰する攪乱は遷移の過程には寄与することなく，成長するものはその振巾が指数函数的に増大する。その増巾率もまた線型理論によって予想できる。この線型領域は攪乱についての一つの関門として存在しており，適当な波長，あるいは周波数の攪乱にだけ門がひらかれている。そして，どの波数の攪乱がその門を潜るかということが，このあとの遷移の過程に対して決定的な影響を持っている。線型領域の関門には巾があるから，振巾が小さい限り，いろいろな波長のものが通過できるが，増巾率はexponentialの肩についているので，増巾度の差は非

常に著しく，相対的な振巾の大きい攪乱は増巾率が最大であるものの近くに局限される。人工的な攪乱を与えない"自然遷移"の線型領域で、特定の周波数の，正弦波的な速度変動が見られるのはその故である。

線型理論においてはすべての物理量は適当に無次元化されていて，波長にしろ，増巾率にしろ，具体的なイメージに乏しい。こゝで代表的な2つの流れ，即ち一つは平板に沿う境界層，もう一つは2次元的な後流（wake）について見ると，線型領域を通過できる攪乱は境界層の厚さと，後流の半値半巾の2倍をδとするとき，ほゞ次のようになる。

	波長	増巾率，μ
境界層	30δ	$0.01/\delta$
後流	4δ	$0.4/\delta$

但し，μは流れ方向への振巾の増大が，$\exp(\mu x)$であらわされるときの増巾率である。

これらは大体のめやすであるが、定性的に言えることは，境界層では長波長の攪乱がゆるやかに増巾されるのに対して，後流ではその逆で，短波長のものが急激に成長するということである。一方，充分に発達した乱流境界層や乱流後流の乱れの構造は，δを規準にとったとき，それ程の違いがない。

従って，遷移のプロセスにおいて，境界層では短波長の成分を，後流では長波長の成分を何らかの形で生産しなければならないことになる。

変動の振巾が大きくなると，当然のこととして，線型理論から外れてくる。これが第2の領域——非線型領域のはじまりである。振巾の増大はもはや，exponential的ではなく，美しかった変動波形は　崩れ，平均速度の分布も変る。これらはすべて，平均速度と速度変動の間，および速度変動同志の間の干渉の結果である。

境界層の非線型領域は，何よりも，2次元性の喪失によって特徴づけられる。即ち，流れに直角で，板の面に平行な，いわゆるスパン方向のいろいろな断面で事柄がちがってくる。極めて注意深く作られた実験装置においても，非線型領域ではある断面では変動の振巾が大きく，別の断面では小さくなる。そして特定の断面で突然"崩壊"（breakdown）が起きて，高い周波数の変動が発生する。この崩壊は非線型作用の結果であることは間違いないが，理論的な予想はまだ不可能である。

後流の場合には非線型領域でも2次元性はよく保たれている。波形は崩れ，平均速度も変るが，突然の崩壊は無い。これは結果的に言えば，乱流になるためには高い周波数の変動

は不必要で，むしろ欠けているのは低周波のものであることからも納得ができる。崩壊を別にすると，非線型領域は一応，必然的法則に支配されていると見做してよかろう。運動を規定すべき方程式は，初期条件と境界条件が指定されれば必然的な解を生み出すべきものである。しかし一方で，乱流を特徴づけるものは偶然性であって，はじめの必然的過程がどのようにして偶然化(randomize)されるかということが遷移のプロセスの核心でなければならぬ。この偶然化の進行する第3の領域を偶然化領域と呼ぼう。後流の場合に偶然化がどのようにして行なわれるか，を実験してみることができる。

自然遷移の場合に，ゆるやかな周波数のはっきりしない変動が，非線型領域にあらわれる。実験をはじめたときには，これは何らかの装置の不完全——風洞の乱れとか，後流を作る平板の歪みとか——によるものだろうと思われた。しかし，このゆるやかな変動を詳しく測ってみると，それは，ちゃんとした個性を持っており，遷移過程において一定の役割を占めていることがわかった。事実，この変動はどんどん増大して，線型領域から引きつがれた周期的変動をかきまわし，遂には乱流にして了うための主役を演じているのである。しかし，どのような機構でこのゆるやかな変動が生み出されるのであろうか。その疑問は後流に人工的な攪乱を導入すること

によって答えられた。

流れの外から音を送ってやると，それが後流の中で速度変動を誘起することは以前からわかっていた。適当な周波数の2つの音を送ると，2つの速度変動が誘起される。それらは線型領域ではお互いに無関係に成長するが，非線型領域では激しく干渉する。　その結果として2つのことが重要である。まず，お互いに相手の振巾を減らそうとして努力する。ある周波数の変動の成長は，別の変動が加わることによって阻害される。この効果を"抑制効果"(suppression effect)と呼ぼう。干渉のもう一つの結果は，2つの音の周波数の和と差を周波数とする速度変動の発生である。この機構によって，高い周波数の変動から低い周波数の変動が生れる。この低周波変動は，その挙動が自然遷移の場合のゆるやかな変動と酷似している。そこでさきのゆるやかな変動の出生の秘密は明らかにされた。しかしもう一つの疑問即ち，ゆるやかな変動は何故特定の周波数を持たないで偶然化に関与するのか，ということにも答えなければならない。

偶然化は周波数と振巾の両方でおきるに違いない。そのプロセスは偶然度(randomness)の増巾と考えることができる。偶然度というものははっきりと定義された量ではないが，例えば層流で0，完全に成長した乱流で，1としてよか

ろう。ところで我々をとりまいている自然の中で，偶然度が完全にzeroというものはあり得ない。このことは非常によい風洞の中にも小さな乱れが存在することと似ている。遷移というものが，この小さい偶然度が成長するプロセスであるとすれば，それはどのようにして可能であろうか。

周波数については，たとえば600Hzと660Hzの変動があって60Hzの変動が生まれると考える。600Hzの変動が何らかの理由で周波数が1%減って594Hzになったとすると，非線型干渉で生まれる変動は66Hzになり，元の周波数に対しては10%の変化である。これは一つの偶然度が増巾されるプロセスである。

振巾については抑制効果が重要である。AとBという2つの変動があったとき，何かの理由でAの振巾がちょっと減ったとするとBに対する抑制効果が減ってBは少しふえる。すると今度はAに対する抑制がふえて，Aの振巾は減る。これは一つのfeedback systemであって，偶然度の増巾に役立つ。

乱れの場は周波数 —— 波数に相当する —— と振巾によって記述されるから上の2つの偶然化は乱れを作るのに充分である。このような考え方はまだ一つの試論にすぎず，もっ

と実験結果を集積し，概念を明確化する必要があるが，randomizationに関する一つの見通しを与えるものではあろう。

以上